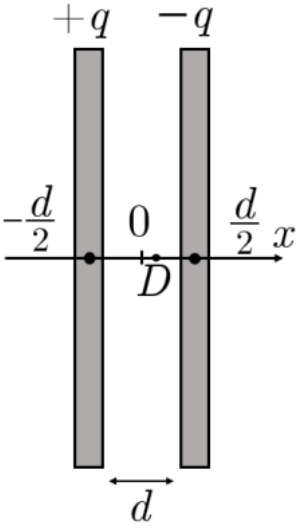
Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Плоский конденсатор состоит из двух металлических пластин одинаковой формы, закреплённых на расстоянии $d = 4$ мм друг от друга. Каждая пластина имеет площадь $S = 180$ см^2. Ось x проходит через центры пластин перпендикулярно их поверхностям. Пластины пересекают ось x в точках с координатами $-\frac{d}{2}$ и $+\frac{d}{2}$. Одной пластине сообщили заряд $+q = +6$ нКл, другой — заряд $-q$ (равный по модулю, противоположный по знаку).



Считайте, что в пространстве между пластинами создан глубокий вакуум. Значение постоянного коэффициента в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м^2/Кл^2. При расчётах примите $\pi = 3.14$.

а) Охарактеризуйте направление силовых линий электрического поля:

Ответ:

- Силовые линии входят в пластину с положительным зарядом
- ✓ Силовые линии входят в пластину с отрицательным зарядом
- Силовые линии входят в обе пластины конденсатора
- Силовые линии выходят из обеих пластин конденсатора

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Точка D лежит на оси x. Чему равна напряжённость электрического поля в точке D, если её координата $x_D = 0.3$ мм? Ответ выразите в кВ/м, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [37; 39]

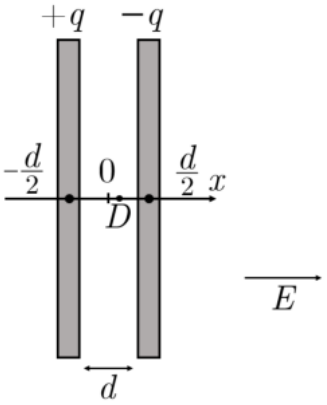
Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Определите силу электростатического взаимодействия пластин конденсатора (с учётом знака: положительная сила — если пластины притягиваются, отрицательная — если они отталкиваются). Ответ выразите в микроньютонах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [112; 114]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Конденсатор поместили в однородное внешнее электрическое поле $E = 120$ В/см, направление которого показано на рисунке.



Чему теперь равна напряжённость электрического поля в точке D? Ответ выразите в кВ/м, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [49; 51]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Пластины конденсатора соединяют куском медной проволоки, при этом внешнее поле не изменяется. Какой суммарный заряд (по модулю) перетечёт по проволоке в процессе установления равновесия? Ответ выразите в нанокулонах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [7.8; 8]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Силовые линии электростатического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных. Поэтому они выходят из пластины с положительным зарядом и входят в пластину с отрицательным.

б) Точка D находится между пластинами конденсатора. Поле внутри плоского конденсатора однородно и равно

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{S\varepsilon_0} = \frac{4\pi kq}{S} = \frac{4 \cdot 3.14 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-9}}{0.018} = 37680 \text{ В/м} \approx 38 \text{ кВ/м}.$$

в) Сила притяжения между пластинами равна $F = qE_1$, где E_1 — поле, создаваемое одной пластиной в месте нахождения другой. Поле одной пластины

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2\pi kq}{S}.$$

Тогда

$$F = q\frac{2\pi kq}{S} = \frac{2\pi kq^2}{S} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (6 \cdot 10^{-9})^2}{0.018} = 1.1304 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \approx 113 \text{ мкН}.$$

Пластины притягиваются, поэтому сила положительная.

г) Напряжённость поля внутри конденсатора без внешнего поля равна $E_0 = 37.68$ кВ/м. Внешнее поле $E = 120$ В/см $= 12$ кВ/м сонаправлено с полем конденсатора. Результирующая напряжённость в точке D равна сумме модулей:

$$E_{\text{рез}} = E_0 + E = 37.68 + 12 = 49.68 \text{ кВ/м} \approx 50 \text{ кВ/м}.$$

д) Изначально левая пластина имела заряд $+q = +6$ нКл, правая — заряд $-q$. После соединения проводником пластины становятся эквипотенциальными, поэтому разность потенциалов между ними становится равной нулю. Внешнее поле должно быть скомпенсировано полем, созданным перераспределившимися зарядами. В равновесии суммарное поле в зазоре между пластинами равно нулю.

Поле между двумя пластинами с зарядами $+q'$ и $-q'$ равно $q'/(\varepsilon_0 S)$. Следовательно,

$$\frac{q'}{\varepsilon_0 S} = E, \qquad q' = \varepsilon_0 SE = \frac{SE}{4\pi k} = \frac{180 \cdot 10^{-4} \cdot 12 \cdot 10^3}{4 \cdot 3.14 \cdot 9 \cdot 10^9} = 1.91 \text{ нКл}.$$

Чтобы поле стало противоположным внешнему, левая пластина должна приобрести отрицательный заряд $-q'$, а правая — положительный $+q'$. Перетёкший заряд по модулю равен изменению заряда левой пластины:

$$|\Delta q| = |(-q') - (+q)| = q + q' = 6 + 1.91 \approx 7.9 \text{ нКл}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	d, мм	S, см^2	q, нКл	x_D, мм	E, В/см	Направление силовых линий (пункт а)	Ответ (пункт а)
1	4	180	6	0.3	120	входят в пластину	с отрицательным зарядом
2	5	150	8	−0.9	200	входят в пластину	с отрицательным зарядом
3	7	340	14	−1.5	180	входят в пластину	с отрицательным зарядом
4	4	260	12	1.4	290	входят в пластину	с отрицательным зарядом
5	8	120	10	2	220	входят в пластину	с отрицательным зарядом
6	5	270	20	−1.2	240	входят в пластину	с отрицательным зарядом
7	7	180	15	1.4	150	входят в пластину	с отрицательным зарядом
8	6	170	11	−1.7	260	входят в пластину	с отрицательным зарядом
9	5	280	14	−0.5	190	входят в пластину	с отрицательным зарядом
10	6	330	16	−0.7	250	входят в пластину	с отрицательным зарядом
11	3	140	5	0.7	150	выходят из пластины	с положительным зарядом
12	3	250	7	−0.4	210	выходят из пластины	с положительным зарядом
13	6	200	9	1	250	выходят из пластины	с положительным зарядом
14	5	120	7	0.8	160	выходят из пластины	с положительным зарядом
15	6	300	15	−0.1	100	выходят из пластины	с положительным зарядом
16	7	220	13	0.2	190	выходят из пластины	с положительным зарядом
17	3	200	17	0.6	130	выходят из пластины	с положительным зарядом
18	4	320	9	0.2	170	выходят из пластины	с положительным зарядом
19	8	240	8	1.1	210	выходят из пластины	с положительным зарядом
20	4	140	6	1.2	230	выходят из пластины	с положительным зарядом

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	d, мм	S, см^2	q, нКл	x_D, мм	E, В/см	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)		Ответ в диапазоне (пункт г)		Ответ в диапазоне (пункт д)	
1	4	180	6	0.3	120	37	39	112	114	49	51	7.8	8.0
2	5	150	8	−0.9	200	59	61	240	242	79	81	10.6	10.8
3	7	340	14	−1.5	180	46	48	325	327	64	66	19.3	19.5
4	4	260	12	1.4	290	51	53	312	314	80	82	18.6	18.8
5	8	120	10	2	220	93	95	470	472	115	117	12.2	12.4
6	5	270	20	−1.2	240	83	85	836	838	107	109	25.6	25.8
7	7	180	15	1.4	150	93	95	706	708	108	110	17.3	17.5
8	6	170	11	−1.7	260	72	74	401	403	98	100	14.8	15.0
9	5	280	14	−0.5	190	56	58	395	397	75	77	18.6	18.8
10	6	330	16	−0.7	250	54	56	437	439	79	81	23.2	23.4
11	3	140	5	0.7	150	39	41	100	102	54	56	6.8	7.0
12	3	250	7	−0.4	210	31	33	110	112	52	54	11.5	11.7
13	6	200	9	1	250	50	52	228	230	75	77	13.3	13.5
14	5	120	7	0.8	160	65	67	230	232	81	83	8.6	8.8
15	6	300	15	−0.1	100	56	58	423	425	66	68	17.6	17.8
16	7	220	13	0.2	190	66	68	433	435	85	87	16.6	16.8
17	3	200	17	0.6	130	95	97	816	818	108	110	19.2	19.4
18	4	320	9	0.2	170	31	33	142	144	48	50	13.7	13.9
19	8	240	8	1.1	210	37	39	150	152	58	60	12.4	12.6
20	4	140	6	1.2	230	47	49	144	146	70	72	8.7	8.9

Задание 2. Вариант 1. Термокружка высотой 10 см и с внутренним радиусом 3 см заполнена чаем до краёв. Стенки термокружки хорошо теплоизолированы, поэтому теплообмен с окружающей средой происходит только за счёт испарения воды с поверхности чая. В области непосредственно над поверхностью жидкости температура воздуха и водяного пара совпадает с температурой чая, а суммарное давление воздуха и пара равно атмосферному — 100 кПа. Начальная температура чая $t_0 = 80$ °C.

При расчётах используйте следующие значения:

- $R = 8.31$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная;
- $M = 18$ г/моль — молярная масса водяного пара;
- -273 °C — абсолютный нуль температуры;
- $\pi = 3.14$.

а) Как изменяется масса воды, испаряющейся с поверхности чая за одну секунду, по мере остывания чая?

Ответ:

- Увеличивается
- ✓ Уменьшается
- Не изменяется
- Сначала увеличивается, затем уменьшается

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Число ударов молекул газа о поверхность площадью S за единицу времени можно вычислить по формуле:

$$\frac{pSN_A}{\sqrt{2\pi MRT}},$$

где $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро.

Считая, что пар непосредственно над поверхностью чая является насыщенным, определите суммарную массу молекул воды, которые за 1 секунду ударяются о поверхность чая при температуре $t_0 = 80$ °C. Считайте, что любая молекула водяного пара, ударившаяся о поверхность жидкости, захватывается ей (конденсируется). Давление насыщенного водяного пара при этой температуре равно $p_{\text{нас}} = 47.5$ кПа. Ответ выразите в г/с, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [132.2; 133.2]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Из-за диффузии в тонком слое воздуха непосредственно над поверхностью чая (толщиной порядка длины свободного пробега молекул) устанавливается относительная влажность 99.8 %. Считайте, что скорость конденсации определяется давлением пара именно в этом тонком слое, а скорость испарения — давлением насыщенного пара. На сколько граммов в секунду изменяется масса чая в стакане при температуре $t_0 = 80$ °C? Ответ выразите в г/с (по модулю), округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.26; 0.28]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Давление насыщенного водяного пара (в кПа) зависит от температуры t (в °C) по формуле Магнуса:

$$p_{\text{нас}}(t) = 0.611 \text{ кПа} \cdot e^{\frac{17.27t}{t+237.3}}.$$

Какой станет скорость конденсации (суммарная масса молекул, конденсирующихся за 1 с), когда чай остынет до $t_1 = 60$ °C? Считайте, что механизм конденсации не изменился и все молекулы водяного пара, ударившиеся о поверхность чая, конденсируются. Ответ выразите в г/с, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [56.8; 57.8]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Чему станет равна скорость уменьшения массы чая в стакане при его остывании до $t_1 = 60$ °C? Считайте, что при данной температуре в тонком слое над поверхностью также устанавливается относительная влажность 99.8 %. Ответ выразите в г/с (по модулю), округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.1; 0.12]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Скорость испарения определяется давлением насыщенного пара, которое экспоненциально падает с понижением температуры. Следовательно, масса воды, испаряющейся за секунду, уменьшается.

б) Площадь поверхности чая

$$S = \pi r^2 = 3.14 \cdot (0.03)^2 = 2.826 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Температура в кельвинах $T = 273 + 80 = 353$ К. Молярная масса $M = 0.018$ кг/моль. Масса всех молекул, ударившихся о поверхность за 1 с, равна числу ударов, умноженному на массу одной молекулы:

$$\frac{dm}{d\tau} = \frac{pSN_A}{\sqrt{2\pi MRT}} \cdot \frac{M}{N_A} = 0.13269 \text{ кг/с} = 132.7 \text{ г/с}.$$

в) При насыщении (относительная влажность 100%) поток испарения равен потоку конденсации и составляет $dm_{\text{исп}}/d\tau = 132.7$ г/с. При относительной влажности $\varphi = 99.8\%$ парциальное давление пара в слое равно $\varphi p_{\text{нас}}$, следовательно, поток конденсации составляет $\varphi\, dm_{\text{исп}}/d\tau$. Чистая убыль массы чая:

$$\frac{dm_{\text{чая}}}{d\tau} = (1-\varphi)\frac{dm_{\text{исп}}}{d\tau} = 0.002 \cdot 132.7 = 0.2654 \text{ г/с} \approx 0.27 \text{ г/с}.$$

г) Вычислим давление насыщенного пара при 60 °C:

$$p_{\text{нас}}(60) = 0.611 \cdot e^{\frac{17.27 \cdot 60}{60+237.3}} \text{ кПа} = 19940 \text{ Па}.$$

Скорость конденсации для случая насыщенного пара, когда все ударившиеся о поверхность жидкости молекулы конденсируются, равна

$$\frac{dm_{\text{конд}}}{d\tau} = \frac{pSN_A}{\sqrt{2\pi MRT}} \cdot \frac{M}{N_A} = 0.05735 \text{ кг/с} \approx 57.3 \text{ г/с}.$$

Так как пар над поверхностью чая очень близок к насыщенному, с хорошей точностью скорость конденсации совпадает со скоростью конденсации насыщенного пара. В тестирующей системе засчитываются как расчёт по формуле $\frac{pSN_A}{\sqrt{2\pi MRT}} \cdot \frac{M}{N_A}$, так и расчёт с множителем φ.

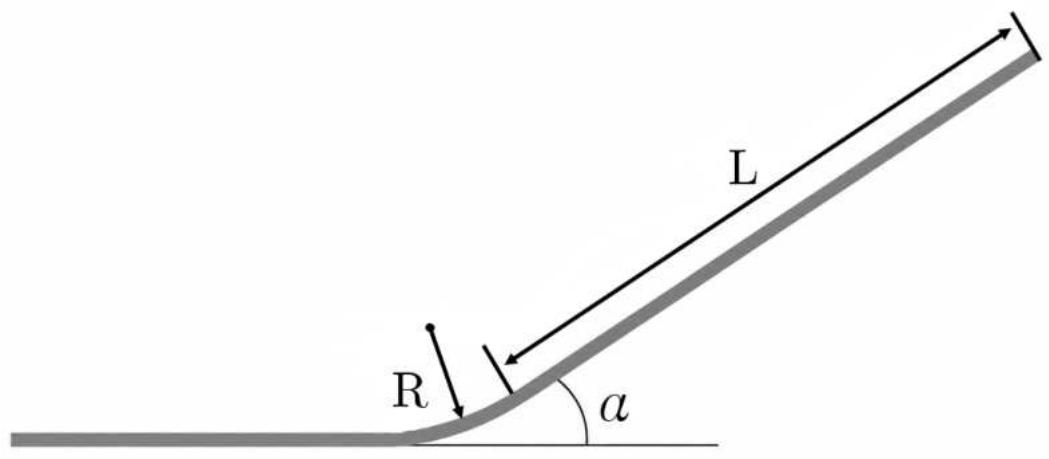
д) При 60°C скорость испарения при насыщении составляет $dm_{\text{исп}}/d\tau = 0.05735$ кг/с. При относительной влажности $\varphi = 99.8\%$ поток конденсации равен $\varphi\, dm_{\text{исп}}/d\tau$. Чистая убыль:

$$\frac{dm_{\text{чая}}}{d\tau} = (1-\varphi)\frac{dm_{\text{исп}}}{d\tau} = 0.002 \cdot 57.35 = 0.1147 \text{ г/с} \approx 0.11 \text{ г/с}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	h, см	r, см	t_0, °C	$p_{\text{нас}}$, кПа	t_1, °C	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)		Ответ в диапазоне (пункт г)		Ответ в диапазоне (пункт д)	
1	10	3	80	47.5	60	132.2	133.2	0.26	0.28	56.8	57.8	0.10	0.12
2	12	3.5	80	47.5	60	180.1	181.1	0.35	0.37	77.6	78.6	0.15	0.17
3	15	4	75	38.7	55	193.1	194.1	0.38	0.4	80.6	81.6	0.15	0.17
4	8	5	85	58.1	65	447.2	448.2	0.89	0.91	198.1	199.1	0.39	0.41
5	9	3	82	51.5	62	143.0	144.0	0.28	0.3	62.2	63.2	0.12	0.14
6	11	4	77	42	57	209.0	210.0	0.41	0.43	88.5	89.5	0.17	0.19
7	13	4.5	73	35.5	53	224.9	225.9	0.44	0.46	93.0	94.0	0.18	0.20
8	14	3	83	53.7	63	148.9	149.9	0.29	0.31	65.0	66.0	0.12	0.14
9	10	5	76	40.3	56	314.0	315.0	0.62	0.64	132.3	133.3	0.26	0.28
10	12	3	71	32.6	51	91.8	92.8	0.17	0.19	37.3	38.3	0.07	0.09
11	15	3.5	84	55.8	64	210.5	211.5	0.41	0.43	92.7	93.7	0.18	0.20
12	9	4.5	73	35.5	53	224.9	225.9	0.44	0.46	93.0	94.0	0.18	0.20
13	11	5	77	42	57	326.8	327.8	0.64	0.66	138.5	139.5	0.27	0.29
14	8	3	75	38.7	55	108.4	109.4	0.21	0.23	45.1	46.1	0.08	0.10
15	13	3	81	49.5	61	137.6	138.6	0.27	0.29	59.5	60.5	0.11	0.13
16	14	4	79	45.6	59	226.3	227.3	0.44	0.46	97.0	98.0	0.18	0.20
17	10	4	72	34	52	170.3	171.3	0.33	0.35	70.0	71.0	0.13	0.15
18	12	5	85	58.1	64	447.2	448.2	0.89	0.91	189.7	190.7	0.37	0.39
19	15	4.5	83	53.7	63	335.6	336.6	0.66	0.68	146.9	147.9	0.28	0.30
20	9	4	74	37.1	54	185.3	186.3	0.36	0.38	77.0	78.0	0.14	0.16

Задание 3. Вариант 1. Лыжник скатывается из состояния покоя по склону, а затем выезжает на горизонтальный участок и едет по нему до полной остановки. Масса лыжника $m = 80$ кг, длина прямой части склона $L = 100$ м, крутизна склона $\alpha = 10°$, коэффициент трения лыж о снег $\mu = 0.04$.



Считайте, что ускорение свободного падения равно $g = 9.8$ м/с^2, $\pi = 3.14$. Сопротивлением воздуха пренебрегите.

а) Какую максимальную скорость приобрёл бы лыжник в конце прямой части склона при отсутствии силы трения? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [18.3; 18.7]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Чему равна скорость лыжника в конце прямой части склона с учётом силы трения? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [16.1; 16.3]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

в) Какой путь лыжник преодолел бы по горизонтальному участку до полной остановки, если бы при переходе с прямой части склона на горизонтальный участок его скорость сохранилась? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [335; 337]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Переход склона на горизонтальный участок можно считать дугой окружности с радиусом кривизны $R = 10$ м. В рамках предложенной модели оцените величину модуля работы силы трения при движении по этой дуге. При оценке считайте скорость лыжника при прохождении закругления почти постоянной и равной скорости в конце прямой части склона. Также можно считать, что косинус угла наклона горки к горизонту с высокой точностью равен единице. Ответ выразите в килоджоулях, округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.12; 0.28]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) При отсутствии силы трения применим закон сохранения энергии. Вся потенциальная энергия лыжника $E_p = mgH = mgL\sin\alpha$ перейдёт в кинетическую энергию в конце склона $E_k = mv_1^2/2$. Приравняем энергии, сократим массу и выразим скорость:

$$v_1 = \sqrt{2gL\sin\alpha} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 100 \cdot 0.174} = 18.49 \text{ м/с} \approx 18.5 \text{ м/с}.$$

б) Сила трения совершает работу на протяжении всего спуска, поэтому кинетическая энергия $E_k = mv_2^2/2$ равна потенциальной энергии $E_p = mgH = mgL\sin\alpha$ за вычетом работы силы трения $A_{\text{тр1}} = \mu N_1 L = \mu mgL\cos\alpha$. Сократив массу, получим

$$v_2 = \sqrt{2gL(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 100(0.174 - 0.04 \cdot 0.985)} = 16.22 \text{ м/с} \approx 16.2 \text{ м/с}.$$

в) Работа силы трения на горизонтальном участке $A_{\text{тр2}} = \mu N_2 S = \mu mgS$ по модулю равна кинетической энергии лыжника в конце спуска $E_k = mv_2^2/2$. Сократив массу, найдём путь:

$$S = \frac{v_2^2}{2\mu g} = \frac{2gL(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{2\mu g} \approx 336 \text{ м}.$$

г) Работу силы трения при движении по дуге найдём по формуле $A_{\text{тр3}} = -\mu N_3 \ell$. В рамках предложенной модели сила реакции $N_3 = ma_{\text{цс}}$, где $a_{\text{цс}} = v_2^2/R + g$. Длина дуги закругления $\ell = 2\pi R\alpha/360°$. Подставляя эти выражения, получим

$$A_{\text{тр3}} = -\mu\left(\frac{v_2^2}{R} + g\right) m \cdot \frac{2\pi R\alpha}{360°} = -201.6 \text{ Дж} \approx -0.20 \text{ кДж}.$$

Тогда $|A_{\text{тр3}}| = 0.20$ кДж.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	L, м	α, °	μ	Ответ в диапазоне (пункт а)		Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)		Ответ в диапазоне (пункт г)	
1	100	10	0.04	18.3	18.7	16.1	16.3	335	337	0.12	0.28
2	110	10.5	0.04	19.7	20.1	17.5	17.7	392	394	0.16	0.32
3	120	11	0.04	21.1	21.5	18.8	19.0	454	456	0.20	0.36
4	130	11.5	0.04	22.4	22.9	20.1	20.3	520	522	0.24	0.40
5	140	12	0.04	23.8	24.2	21.4	21.6	590	592	0.30	0.46
6	100	12.5	0.05	20.5	20.9	18.0	18.2	334	336	0.29	0.45
7	110	13	0.05	21.9	22.3	19.4	19.6	387	389	0.35	0.51
8	120	13.5	0.05	23.3	23.8	20.7	20.9	443	445	0.42	0.58
9	90	14	0.05	20.6	21.0	18.4	18.6	347	349	0.35	0.51
10	80	14.5	0.05	19.7	20.1	17.7	17.9	322	324	0.34	0.50
11	100	15	0.06	22.4	22.9	19.7	19.9	334	336	0.54	0.70
12	110	10	0.06	19.2	19.6	15.6	15.8	209	211	0.21	0.37
13	120	10.5	0.06	20.6	21.0	16.9	17.1	245	247	0.26	0.42
14	130	11	0.06	21.9	22.4	18.2	18.4	285	287	0.32	0.48
15	140	11.5	0.06	23.3	23.7	19.5	19.7	327	329	0.39	0.55
16	100	12	0.07	20.1	20.5	16.4	16.6	198	200	0.36	0.52
17	110	12.5	0.07	21.5	21.9	17.8	18.0	232	234	0.43	0.59
18	120	13	0.07	22.9	23.3	19.1	19.3	268	270	0.51	0.67
19	130	13.5	0.07	24.3	24.7	20.4	20.6	306	308	0.60	0.76
20	140	14	0.07	25.7	26.1	21.8	22.0	347	349	0.71	0.87

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!

