

Всероссийская олимпиада школьников по математике

школьный этап 2023-2024

группа 1

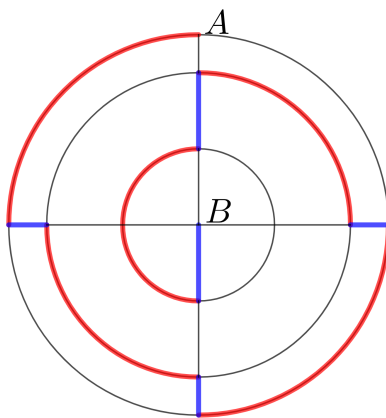
задания, ответы и решения

Максимальное количество баллов — 8.

Критерии оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл за каждое задание.

4 класс

1. Клон 1. Лабиринт в парке представляет собой три кольца, соединённых между собой двумя прямыми дорожками, делящими кольца на четыре равных части. Длины колец равны 10 км, 8 км и 4 км. Кеша прошёл по маршруту из точки А в точку В, указанному на рисунке. Найдите суммарную длину красных линий этого маршрута. Ответ выразите в километрах.

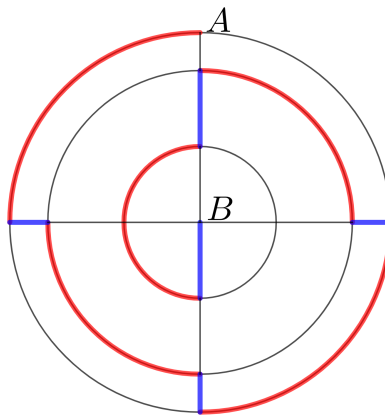


Ответ: 11.

Решение. Каждое кольцо разделено на 4 равных части, при этом на маршруте Кеша встречается по две части каждого кольца. Поэтому суммарная длина красных линий составляет ровно половину суммарной длины колец. Суммарная длина колец равна $10 + 8 + 4 = 22$ км, значит, суммарная длина красных линий равна $22 : 2 = 11$ км.

Клон 2.

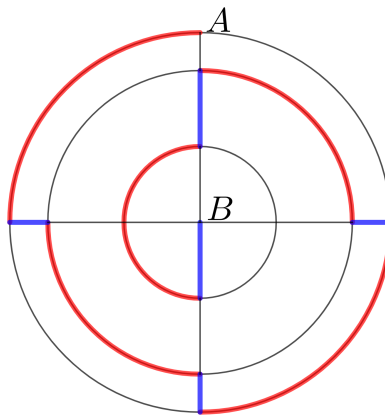
Лабиринт в парке представляет собой три кольца, соединённых между собой двумя прямыми дорожками, делящими кольца на четыре равных части. Длины колец равны 12 км, 8 км и 4 км. Кеша прошёл по маршруту из точки А в точку В, указанному на рисунке. Найдите суммарную длину красных линий этого маршрута. Ответ выразите в километрах.



Ответ: 12.

Клон 3.

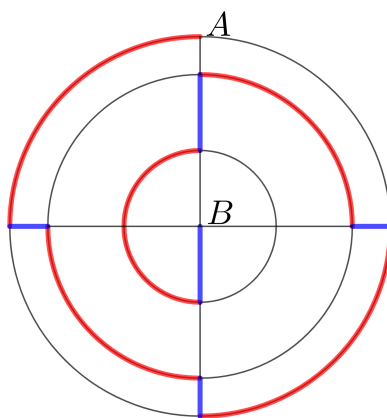
Лабиринт в парке представляет собой три кольца, соединённых между собой двумя прямыми дорожками, делящими кольца на четыре равных части. Длины колец равны 14 км, 8 км и 4 км. Кеша прошёл по маршруту из точки А в точку В, указанному на рисунке. Найдите суммарную длину красных линий этого маршрута. Ответ выразите в километрах.



Ответ: 13.

Клон 4.

Лабиринт в парке представляет собой три кольца, соединённых между собой двумя прямыми дорожками, делящими кольца на четыре равных части. Длины колец равны 14 км, 10 км и 4 км. Кеша прошёл по маршруту из точки А в точку В, указанному на рисунке. Найдите суммарную длину красных линий этого маршрута. Ответ выразите в километрах.



Ответ: 14.

2. Клон 1. На 8 карточках написаны цифры от 1 до 8. Из нескольких карточек составили число, с суммой цифр, равной 12. Какое наименьшее число могло получиться?

Ответ: 48.

Решение. Поскольку сумма цифр искомого числа больше 9, то в числе не менее двух цифр. Попробуем составить число из двух цифр. Если первая из них равна 1, 2 или 3, то вторая не меньше 9, но это невозможно, т.к. карточки 9 – нет. Чем меньше первая цифра, тем меньше число, поэтому первая цифра равна 4, тогда вторая равна $12 - 4 = 8$.

Клон 2.

На 8 карточках написаны цифры от 1 до 8. Из нескольких карточек составили число, с суммой цифр, равной 11. Какое наименьшее число могло получиться?

Ответ: 38.

Клон 3.

На 8 карточках написаны цифры от 1 до 8. Из нескольких карточек составили число, с суммой цифр, равной 13. Какое наименьшее число могло получиться?

Ответ: 58.

Клон 4.

На 8 карточках написаны цифры от 1 до 8. Из нескольких карточек составили число, с суммой цифр, равной 14. Какое наименьшее число могло получиться?

Ответ: 68.

3. Клон 1. Шахматист сыграл 19 партий и набрал 14,5 очка. За победу в шахматах начисляют одно очко, за поражение – ноль очков, за ничью – пол-очка. На сколько больше партий он выиграл, чем проиграл?

Ответ: 10.

Решение 1. Временно будем считать ничьи и поражения – победами. Тогда у шахматиста будет 19 очков и разность между количествами побед и поражений (далее "раз-

ность") тоже будет равна 19. После этого будем исправлять победы на ничьи и поражения. За каждое исправление победы на ничью, число очков уменьшается на 0,5, а "разность" уменьшается на 1. За каждое исправление победы на поражение, число очков уменьшается на 1, а "разность" уменьшается на 2. Следовательно, "разность" уменьшается ровно в два раза больше, чем число очков. Поскольку число очков уменьшается на $19 - 14,5 = 4,5$, то "разность" уменьшится на 9 и станет равной $19 - 9 = 10$.

Решение 2. Подвергнем набранные шахматистом очки следующим изменениям. Вначале начислим за каждую игру на пол-очка меньше, чем делали это ранее, т.е. за победу теперь будем начислять $1 - 0,5 = 0,5$ очка, за ничью $0,5 - 0,5 = 0$ очков, за поражение $0 - 0,5 = -0,5$ очка. Тогда шахматист за 19 игр получит на $19 \cdot 0,5 = 9,5$ очка меньше, чем раньше, т.е. заработает $14,5 - 9,5 = 5$ очков. Теперь удвоим количество очков за каждую игру, т.е. за победу теперь будем начислять $0,5 \cdot 2 = 1$ очко, за ничью $0 \cdot 2 = 0$ очков, за поражение $-0,5 \cdot 2 = -1$ очко. Тогда у шахматиста станет $5 \cdot 2 = 10$ очков. Учитывая, что за ничьи теперь очков не начисляют, получим, что эти 10 очков равны разности между количествами побед и поражений шахматиста.

Клон 2.

Шахматист сыграл 19 партий и набрал 13,5 очка. За победу в шахматах начисляют одно очко, за поражение – ноль очков, за ничью – пол-очка. На сколько больше партий он выиграл, чем проиграл?

Ответ: 8.

Клон 3.

Шахматист сыграл 19 партий и набрал 12,5 очка. За победу в шахматах начисляют одно очко, за поражение – ноль очков, за ничью – пол-очка. На сколько больше партий он выиграл, чем проиграл?

Ответ: 6.

Клон 4.

Шахматист сыграл 19 партий и набрал 11,5 очка. За победу в шахматах начисляют одно очко, за поражение – ноль очков, за ничью – пол-очка. На сколько больше партий он выиграл, чем проиграл?

Ответ: 4.

4. Клон 1. Аня писала олимпиаду продолжительностью 2 часа. Середина первой трети олимпиады пришлась на 12:00. Когда закончится олимпиада? Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 13:40.

Решение.

Поделим олимпиаду на 6 равных частей, тогда в каждой трети олимпиады ровно 2 таких части. Каждая часть состоит из $120 : 6 = 20$ минут. Первая 20-ти минутная часть олимпиады прошла до полудня, поэтому олимпиада началась в 11:40. Следовательно, она закончилась в 13:40.

Клон 2.

Аня писала олимпиаду продолжительностью 2 часа. Середина первой трети олимпиады пришлась на 13:00. Когда закончится олимпиада? Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 14:40.

Клон 3.

Аня писала олимпиаду продолжительностью 2 часа. Середина первой трети олимпиады пришлась на 14:00. Когда закончится олимпиада? Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 15:40.

Клон 4.

Аня писала олимпиаду продолжительностью 2 часа. Середина первой трети олимпиады пришлась на 15:00. Когда закончится олимпиада? Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 16:40.

5. Клон 1. На уроке физкультуры три мальчика разного роста Антон, Иван и Денис – спорили между собой. Каждый сказал по одному предложению. Антон: «Иван не самый высокий». Иван: «Я выше Антона». Денис: «Иван выше меня». Солгал самый высокий мальчик, остальные сказали правду. Кто самый высокий среди них, кто средний по росту, а кто самый низкий?

Ответ: Денис, Иван, Антон.

Решение. Если Антон самый высокий, то его фраза «Иван не самый высокий» – правда. Противоречие. Если Иван самый высокий, то его фраза «Я выше Антона» – правда. Противоречие. Следовательно, Денис самый высокий и Антон и Иван сказали правду. Получаем, что Иван выше Антона.

Клон 2.

На уроке физкультуры три мальчика разного роста Антон, Иван и Денис – спорили между собой. Каждый сказал по одному предложению. Антон: «Денис не самый высокий». Денис: «Я выше Антона». Иван: «Денис выше меня». Солгал самый высокий мальчик, остальные сказали правду. Кто самый высокий среди них, кто средний по росту, а кто самый низкий?

Ответ: Иван, Денис, Антон.

Клон 3.

На уроке физкультуры три мальчика разного роста Антон, Иван и Денис – спорили между собой. Каждый сказал по одному предложению. Денис: «Иван не самый высокий». Иван: «Я выше Дениса». Антон: «Иван выше меня». Солгал самый высокий мальчик, остальные сказали правду. Кто самый высокий среди них, кто средний по росту, а кто самый низкий?

Ответ: Антон, Иван, Денис.

Клон 4.

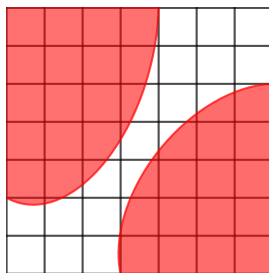
На уроке физкультуры три мальчика разного роста Антон, Иван и Денис – спорили между собой. Каждый сказал по одному предложению. Иван: «Денис не самый высокий». Денис: «Я выше Ивана». Антон: «Денис выше меня». Солгал самый высокий мальчик, остальные сказали правду. Кто самый высокий среди них, кто средний по росту, а кто самый низкий?

Ответ: Антон, Денис, Иван.

6. Клон 1. Квадрат с длиной стороны 7 см, поделён на три области, две из которых закрашены красным цветом, а третья – белым (см. рисунок). Аня посчитала суммарный периметр красных фигур, у нее получилось число a , а Боря – периметр белой фигуры, у него получилось b . Чему равна разность $a - b$?

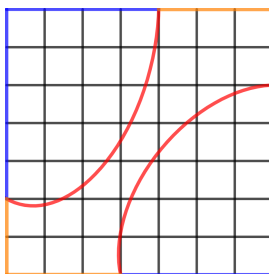
Напомним, что периметром фигуры называется общая длина границы фигуры.

Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: 8.

Решение.

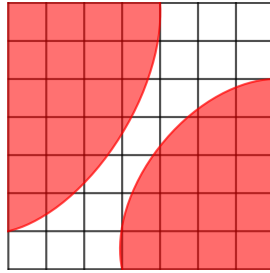


Нетрудно видеть, что a – сумма периметров красных фигур – равна сумме длин синих отрезков и двух красных кривых, причём сумма длин синих отрезков равна 18. Периметр b белой фигуры равен сумме длин оранжевых отрезков и двух красных кривых, причём сумма длин оранжевых отрезков равна 10. Тогда, разность чисел a и b равна разности чисел 18 и 10, то есть равна 8.

Клон 2.

Квадрат с длиной стороны 7 см, поделён на три области, две из которых закрашены красным цветом, а третья – белым (см. рисунок). Аня посчитала суммарный периметр красных фигур, у нее получилось число a , а Боря – периметр белой фигуры, у него получилось b . Чему равна разность $a - b$?

Напомним, что периметром фигуры называется общая длина границы фигуры.
 Ответ выразите в сантиметрах.

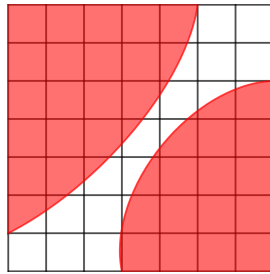


Ответ: 10.

Клон 3.

Квадрат с длиной стороны 7 см, поделён на три области, две из которых закрашены красным цветом, а третья – белым (см. рисунок). Аня посчитала суммарный периметр красных фигур, у нее получилось число a , а Боря – периметр белой фигуры, у него получилось b . Чему равна разность $a - b$?

Напомним, что периметром фигуры называется общая длина границы фигуры.
 Ответ выразите в сантиметрах.

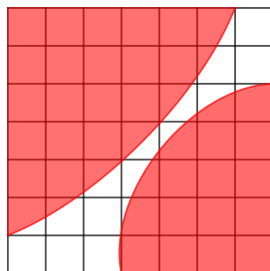


Ответ: 12.

Клон 4.

Квадрат с длиной стороны 7 см, поделён на три области, две из которых закрашены красным цветом, а третья – белым (см. рисунок). Аня посчитала суммарный периметр красных фигур, у нее получилось число a , а Боря – периметр белой фигуры, у него получилось b . Чему равна разность $a - b$?

Напомним, что периметром фигуры называется общая длина границы фигуры.
 Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: 14.

7. Клон 1. Группа из 66 детей заселяется в лагерь. В одной комнате можно селить не более 4 детей, все они должны быть одного пола. Какого минимального количества комнат заведомо хватит, чтобы расселить группу?

Ответ: 18.

Решение. 1) Докажем, что понадобится хотя бы 18 комнат. Действительно, если окажется, что в группе 33 мальчика и 33 девочки, то для поселения мальчиков потребуется хотя бы 9 комнат, иначе в 8 комнат 33 мальчика не поместятся. Аналогично, для 33 девочек также понадобится хотя бы 9 комнат, а всего хотя бы $9 + 9 = 18$ комнат.

2) Докажем, что 18 комнат заведомо хватит для поселения всех детей вне зависимости от того, сколько среди них мальчиков, а сколько – девочек. Будем селить вначале мальчиков, поселяя по очереди в каждую комнату по четверо, пока это возможно. В конце окажется, что либо все мальчики поселены, либо остались не поселенными не более 3 мальчиков. В этом случае поселим их в одну комнату, в которой останется не более трёх свободных мест. Аналогично поступим с девочками. В итоге, когда будут поселены все дети, будет не более 6 свободных мест. Следовательно, потребуется не более $(66 + 6) : 4 = 18$ комнат.

Клон 2.

Группа из 74 детей заселяется в лагерь. В одной комнате можно селить не более 4 детей, все они должны быть одного пола. Какого минимального количества комнат заведомо хватит, чтобы расселить группу?

Ответ: 20.

Клон 3.

Группа из 82 детей заселяется в лагерь. В одной комнате можно селить не более 4 детей, все они должны быть одного пола. Какого минимального количества комнат заведомо хватит, чтобы расселить группу?

Ответ: 22.

Клон 4.

Группа из 90 детей заселяется в лагерь. В одной комнате можно селить не более 4 детей, все они должны быть одного пола. Какого минимального количества комнат заведомо хватит, чтобы расселить группу?

Ответ: 24.

8. Клон 1. Андрей и Тимур готовятся ко встрече Нового года. Им нужно на двоих упаковать 11 подарков и придумать 7 поздравлений. Каждый подарок Андрей упаковывает за 3 минуты, а Тимур – за 5 минут. Каждое поздравление Андрей придумывает за 9 минут, а Тимур – за 7 минут. Через какое наименьшее время от момента начала они смогут подготовиться ко встрече Нового года, если они индивидуально придумывают поздравления и индивидуально упаковывают подарки?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 42.

Решение. Посчитаем минимальное время, которое им понадобится. Для этого все подарки должен упаковывать Андрей, а поздравления должен придумывать Тимур. При этом они суммарно потратят $11 \cdot 3 + 7 \cdot 7 = 82$ минут. Т.е. раньше, чем за $82 : 2 = 41$ минуту им не управиться. Но и ровно 41 минуту они потратить не смогут, т.к. в этом случае Андрей должен лишь упаковывать подарки, а Тимур – лишь придумывать поздравления, но на их придумывание Тимур потратит $7 \cdot 7 = 49$ минут.

С другой стороны, 42 минуты им вполне хватит, например, Андрей упакует 11 подарков и придумает одно поздравление, потратив на это $11 \cdot 3 + 9 = 42$ минуты. Тимур придумает 6 поздравлений, потратив на это также $6 \cdot 7 = 42$ минуты.

Клон 2.

Андрей и Тимур готовятся ко встрече Нового года. Им нужно на двоих упаковать 11 подарков и придумать 7 поздравлений. Каждый подарок Андрей упаковывает за 6 минут, а Тимур – за 10 минут. Каждое поздравление Андрей придумывает за 18 минут, а Тимур – за 14 минут. Через какое наименьшее время от момента начала они смогут подготовиться ко встрече Нового года, если они индивидуально придумывают поздравления и индивидуально упаковывают подарки?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 84.

Клон 3.

Андрей и Тимур готовятся ко встрече Нового года. Им нужно на двоих упаковать 11 подарков и придумать 7 поздравлений. Каждый подарок Андрей упаковывает за 9 минут, а Тимур – за 15 минут. Каждое поздравление Андрей придумывает за 27 минут, а Тимур – за 21 минуту. Через какое наименьшее время от момента начала они смогут подготовиться ко встрече Нового года, если они индивидуально придумывают поздравления и индивидуально упаковывают подарки?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 126.

Клон 4.

Андрей и Тимур готовятся ко встрече Нового года. Им нужно на двоих упаковать 11 подарков и придумать 7 поздравлений. Каждый подарок Андрей упаковывает за 12 минут, а Тимур – за 20 минут. Каждое поздравление Андрей придумывает за 36 минут, а Тимур – за 28 минут. Через какое наименьшее время от момента начала они смогут подготовиться ко встрече Нового года, если они индивидуально придумывают поздравления и индивидуально упаковывают подарки?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 168.