

**РЕСПУБЛИКА КРЫМ
МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 15 ИМЕНИ
КАВАЛЕРА 2-Х ОРДЕНОВ «КРАСНАЯ ЗВЕЗДА» А.П. ШЕПЛЯКОВА»
МУНИЦИПАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДСКОЙ ОКРУГ
СИМФЕРОПОЛЬ**

**Фонд оценочных средств
учебного предмета «Геометрия»
для обучающихся 10-11 классов**

Рабочая программа соответствует федеральной образовательной программе
основного общего образования, утвержденной приказом Министерства
просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370

**Паспорт
фонда оценочных средств
по учебному предмету геометрия
Класс 10**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) предмета*	Наименование оценочного средства
1	Аксиомы стереометрии и следствия из них. Начальные представления о многогранниках.	Контрольная работа № 1
2	Параллельность в пространстве.	Контрольная работа №2
3	Перпендикулярность прямой и плоскости.	Контрольная работа №3.
4	Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Перпендикулярные плоскости.	Контрольная работа №4
5	Многогранники.	Контрольная работа №5
6	Итоговая контрольная работа	Итоговая контрольная работа.

**Паспорт
фонда оценочных средств
по учебному предмету геометрия
Класс 11**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) предмета	Наименование оценочного средства
1	Координаты и векторы в пространстве	Контрольная работа № 1
2	Цилиндр. Конус. Усечённый конус. Комбинации цилиндра, конуса и усечённого конуса с многогранниками.	Контрольная работа №2
3	Сфера и шар. Уравнение сферы. Комбинации шара с многогранниками.	Контрольная работа №3.
4	Объёмы многогранников.	Контрольная работа №4
5	Объёмы тел вращения.	Контрольная работа №6
6	Итоговая контрольная работа.	Итоговая контрольная работа.

Критерии оценивания контрольных работ по математике

10-11 класс

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Общая классификация ошибок Грубыми считаются ошибки:

- незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;
- незнание наименований единиц измерения;
- неумение выделить в ответе главное;
- неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;
- неумение делать выводы и обобщения;
- неумение читать и строить графики;
- потеря корня или сохранение постороннего корня;
- отбрасывание без объяснений одного из них;
- равнозначные им ошибки;
- вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- логические ошибки.

К негрубым ошибкам следует отнести:

- неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;
- неточность графика;
- нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);
- нерациональные методы работы со справочной и другой литературой;
- неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.

Недочетами являются:

- нерациональные приемы вычислений и преобразований;
- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

Контрольная работа № 1
по теме «Аксиомы стереометрии и следствия из них. Начальные представления о многогранниках»

Вариант 1

1. На рисунке 1 изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите прямую пересечения плоскостей $A_1 DC$ и $BB_1 C_1$.
2. Даны точки A , B и C такие, что $AB = 12$ см, $BC = 19$ см, $AC = 7$ см. Сколько плоскостей можно провести через точки A , B и C ? Ответ обоснуйте.
3. Плоскость α проходит через вершины A и D параллелограмма $ABCD$ и точку O пересечения его диагоналей. Докажите, что прямая BC лежит в плоскости α .
4. Точки M и N принадлежат соответственно граням SAB и SAC пирамиды $SABC$ (рис. 2). Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью ABC .
5. Постройте сечение пирамиды $SABC$ плоскостью, проходящей через точки D , E и F , принадлежащие соответственно рёбрам AB , BC и SC , причём прямые DE и AC не параллельны.

Рис. 1

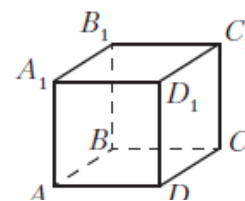
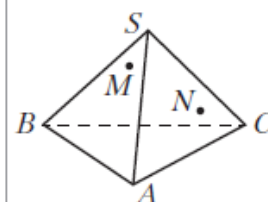


Рис. 2



Вариант 2

1. На рисунке 3 изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите прямую пересечения плоскостей $A_1 BC$ и ABB_1 .
2. Даны точки M , N и K такие, что $MN = 23$ см, $MK = 14$ см, $NK = 13$ см. Сколько плоскостей можно провести через точки M , N и K ? Ответ обоснуйте.
3. Точки D и E — середины сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Плоскость α проходит через точки B , D и E . Докажите, что прямая AC лежит в плоскости α .
4. Точки M и N принадлежат соответственно граням SAB и SBC пирамиды $SABC$ (рис. 4). Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью ABC .
5. Постройте сечение призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ плоскостью, проходящей через точки M , K и N , принадлежащие соответственно рёбрам AB , BC и CC_1 , причём прямые MK и AC не параллельны.

Рис. 3

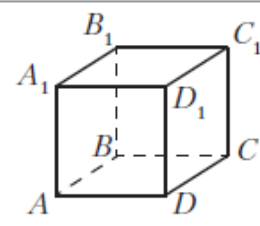
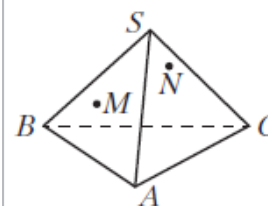


Рис. 4



Контрольная работа № 2 по теме «Параллельность в пространстве»

Вариант 1

1. Точки M , N , P и Q — середины отрезков BC , BD , AD и AC соответственно, $AB = 14$ см, $CD = 18$ см (рис. 9). Определите вид четырёхугольника $MNPQ$ и вычислите его периметр.
2. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и K соответственно и параллельна стороне AC , $MK = 4$ см, $MB : MA = 2 : 3$. Найдите сторону AC треугольника.
3. Треугольник ABC является изображением правильного треугольника $A_1B_1C_1$ (рис. 10). Постройте изображение высоты треугольника, опущенной на сторону A_1C_1 .
4. Плоскости α и β параллельны. Из точки M , не принадлежащей этим плоскостям и не находящейся между ними, проведены два луча. Один из них пересекает плоскости α и β в точках A_1 и B_1 , а другой — в точках A_2 и B_2 соответственно. Найдите отрезок B_1B_2 , если он на 2 см больше отрезка A_1A_2 , $MB_1 = 7$ см, $A_1B_1 = 4$ см.
5. Точки A , B , C , не лежащие на одной прямой, являются параллельными проекциями трёх последовательных вершин правильного шестиугольника. Постройте изображение этого шестиугольника.

Рис. 9

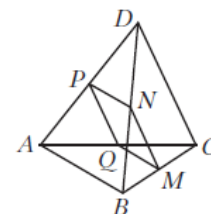


Рис. 10



Вариант 2

1. Точки F , M , N и C — середины отрезков BS , DB , AD и AS соответственно, $SD = 30$ см, $AB = 36$ см (рис. 11). Определите вид четырёхугольника $FMNC$ и вычислите его периметр.
2. Плоскость β пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках N и D соответственно и параллельна стороне BC , $AD = 6$ см, $DN : CB = 3 : 4$. Найдите сторону AC треугольника.
3. Треугольник MNK является изображением правильного треугольника $M_1N_1K_1$ (рис. 12). Постройте изображение биссектрисы треугольника, проведённой из вершины M_1 .
4. Плоскости α и β параллельны. Через точку M , находящуюся между этими плоскостями, проведены две прямые. Одна из них пересекает плоскости α и β в точках A_1 и B_1 , а другая — в точках A_2 и B_2 соответственно. Найдите отрезок A_1A_2 , если он на 1 см меньше отрезка B_1B_2 , $MA_2 = 4$ см, $A_2B_2 = 10$ см.
5. Точки A , B и O , не лежащие на одной прямой, являются соответственно параллельными проекциями двух вершин квадрата и его центра. Постройте изображение квадрата.

Рис. 11

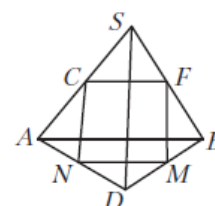
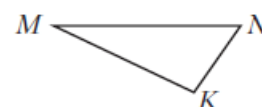


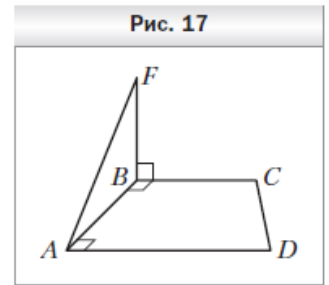
Рис. 12



Контрольная работа № 3
по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости»

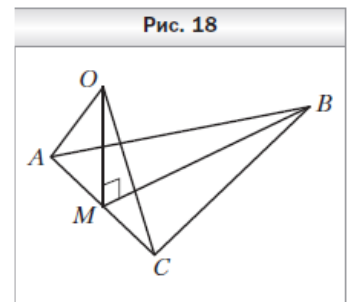
Вариант 1

1. На рисунке 17 изображена трапеция $ABCD$, у которой боковая сторона AB перпендикулярна основаниям AD и BC . Через вершину B проведена прямая BF , которая перпендикулярна прямой BC . Докажите, что прямая BC перпендикулярна плоскости ABF .
2. Через вершину A равностороннего треугольника ABC проведена прямая DA , перпендикулярная плоскости треугольника. Вычислите расстояние от точки D до прямой BC , если $AD = 3$ см, $AB = 6$ см.
3. Точка D находится на расстоянии 4 см от каждой вершины правильного треугольника ABC , сторона которого равна 6 см. Найдите расстояние от точки D до плоскости ABC .
4. Через вершину D прямоугольника $ABCD$ к его плоскости проведён перпендикуляр DE . Точка E удалена от стороны AB на 10 см, а от стороны BC — на 17 см. Найдите диагональ прямоугольника, если $DE = 8$ см.
5. Основание и боковая сторона равнобедренного треугольника равны 30 см и 17 см соответственно. Некоторая точка пространства находится на расстоянии $2\sqrt{5}$ см от каждой стороны треугольника. Найдите расстояние от данной точки до плоскости треугольника.



Вариант 2

1. На рисунке 18 изображён равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$), точка M — середина стороны AC . Через точку M проведена прямая MO , перпендикулярная прямой BM . Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости AOC .
2. Через вершину C квадрата $ABCD$ проведена прямая MC , перпендикулярная плоскости квадрата. Вычислите расстояние от точки M до прямой BD , если $MC = 1$ см, $CD = 4$ см.
3. Точка K находится на расстоянии 4 см от каждой вершины правильного треугольника ABC . Найдите сторону треугольника, если точка K удалена от плоскости ABC на 2 см.
4. Через вершину A прямоугольника $ABCD$ к его плоскости проведён перпендикуляр AP . Найдите расстояние от точки P до прямой CD , если $BC = 12$ см, $BD = 13$ см, а точка P удалена от прямой BC на $\sqrt{106}$ см.
5. Высота и основание равнобедренного треугольника равны 8 см и 12 см соответственно. Некоторая точка пространства находится на расстоянии 4 см от плоскости треугольника и равноудалена от его сторон. Найдите расстояние от этой точки до сторон треугольника.



Контрольная работа № 4
по теме «Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.
Перпендикулярные плоскости»

Вариант 1

1. Из точки D , которая лежит вне плоскости α , проведены к этой плоскости наклонные DK и DB , образующие с ней углы 45° и 60° соответственно. Найдите длину проекции наклонной DK на плоскость α , если $DB = 10\sqrt{3}$ см.
2. Точка A принадлежит одной из граней двугранного угла и удалена от другой грани на 8 см. Найдите расстояние от точки A до ребра двугранного угла, если величина этого угла равна 45° .
3. Угол между плоскостями треугольников ABC и ABD равен 45° . Треугольник ABC — равносторонний со стороной $4\sqrt{3}$ см, треугольник ABD — равнобедренный, $AD = BD = \sqrt{14}$ см. Найдите отрезок CD .
4. Концы отрезка, длина которого равна $5\sqrt{5}$ см, принадлежат двум перпендикулярным плоскостям. Расстояния от концов этого отрезка до линии пересечения плоскостей равны 5 см и 8 см. Найдите расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из концов отрезка на линию пересечения плоскостей.
5. Через гипотенузу прямоугольного равнобедренного треугольника проведена плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол 45° . Найдите синусы углов, которые образуют катеты треугольника с этой плоскостью.

Вариант 2

1. Из точки K , которая лежит вне плоскости α , проведены к этой плоскости наклонные KA и KB , образующие с ней углы 45° и 30° соответственно. Найдите длину проекции наклонной KB на плоскость α , если $KA = 8\sqrt{6}$ см.
2. Точка M принадлежит одной из граней двугранного угла и удалена от его ребра на 12 см. Найдите расстояние от точки M до другой грани угла, если величина этого угла равна 60° .
3. Угол между плоскостями треугольников ABC и AKC равен 60° , $AC = 24$ см, $BC = BA = 20$ см, $KC = KA = 15$ см. Найдите отрезок BK .
4. Концы отрезка, длина которого равна 16 см, принадлежат двум перпендикулярным плоскостям. Расстояния от концов этого отрезка до линии пересечения плоскостей равны 8 см и $8\sqrt{2}$ см. Найдите углы, которые образует отрезок с данными плоскостями.
5. Через сторону правильного треугольника проведена плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол 30° . Найдите синусы углов, которые образуют две другие стороны треугольника с этой плоскостью.

Контрольная работа № 5
по теме «Многогранники»

Вариант 1

1. Боковое ребро прямой четырёхугольной призмы равно 6 см, её основание — прямоугольник, одна из сторон которого равна 12 см, а диагональ — 13 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а высота пирамиды — $\sqrt{13}$ см. Найдите:
 - 1) боковое ребро пирамиды;
 - 2) площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной усечённой пирамиды, стороны оснований которой равны 10 см и 18 см, а боковое ребро — 5 см.
4. Основанием треугольной пирамиды является равнобедренный треугольник с основанием a и углом α при вершине. Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите:
 - 1) площадь боковой поверхности пирамиды;
 - 2) высоту пирамиды.
5. В наклонной треугольной призме, боковое ребро которой равно 6 см, проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру. Это сечение является равнобедренным треугольником, боковая сторона которого равна $2\sqrt{3}$ см, а угол при вершине — 120° . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Вариант 2

1. Боковое ребро прямой треугольной призмы равно 12 см, её основание — прямоугольный треугольник, катеты которого равны 3 см и 4 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
2. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 2 см, а высота пирамиды — $\sqrt{15}$ см. Найдите:
 - 1) боковое ребро пирамиды;
 - 2) площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной усечённой пирамиды, стороны оснований которой равны 18 см и 34 см, а боковое ребро — 17 см.
4. Основанием треугольной пирамиды является равнобедренный треугольник с боковой стороной a и углом α при основании. Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите:
 - 1) площадь боковой поверхности пирамиды;
 - 2) высоту пирамиды.
5. В наклонной треугольной призме, боковое ребро которой равно 8 см, проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру. Это сечение является равнобедренным треугольником, боковая сторона которого равна 4 см, а угол при вершине — 90° . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Итоговая контрольная работа

Вариант 1

1. Точка M равноудалена от всех сторон квадрата со стороной 6 см и находится на расстоянии 9 см от плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки M до сторон квадрата.
2. Точка A находится на расстоянии 9 см от плоскости α . Наклонные AB и AC образуют с плоскостью α углы 45° и 60° соответственно. Найдите расстояние между точками B и C , если угол между проекциями наклонных равен 150° .
3. Через вершину B треугольника ABC , в котором $AB = BC = 34$ см, $AC = 32$ см, проведён перпендикуляр DB к плоскости треугольника. Найдите угол между плоскостями ABC и ADC , если $DB = 20$ см.
4. Основание пирамиды $MABCD$ — квадрат со стороной 6 см, боковые грани ABM и CBM перпендикулярны плоскости основания пирамиды, $AM = 10$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
5. Основанием прямого параллелепипеда является ромб со стороной a и острым углом α . Большая диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом β . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

Вариант 2

1. Точка F равноудалена от всех вершин прямоугольника со сторонами 12 см и 16 см и находится на расстоянии 5 см от плоскости прямоугольника. Найдите расстояние от точки F до вершин прямоугольника.
2. Точка K находится на расстоянии 4 см от плоскости α . Наклонные KA и KB образуют с плоскостью α углы 45° и 30° соответственно, а угол между наклонными равен 135° . Найдите расстояние между точками A и B .
3. Через вершину C треугольника ABC , в котором $AC = BC$, $AC = 32$ см, проведён перпендикуляр KC к плоскости треугольника. Найдите угол между плоскостями ABC и ABK , если $AB = 12$ см, $AK = 10$ см, $KC = 2$ см.
4. Основание пирамиды $MABCD$ — квадрат, боковые грани ADM и CDM перпендикулярны плоскости основания пирамиды, $MB = 3\sqrt{34}$ см, $MA = 15$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
5. Основанием прямого параллелепипеда является ромб со стороной a и острым углом α . Меньшая диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом β . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

11 КЛАСС

Контрольная работа № 1 по теме «Координаты и векторы в пространстве»

Вариант 1

1. Точка А — середина отрезка МК. Найдите координаты точки А и длину отрезка МК, если М (5; -2; 1), К (3; 4; -3).
2. Точки А и В симметричны относительно точки С. Найдите координаты точки В, если А (-3; 5; -7), С (6; 2; -1).
3. Даны векторы $\vec{a}(3; -2; -1)$ и $\vec{b}(1; 2; 4)$. Найдите:
 - 1) координаты вектора $\vec{m} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$;
 - 2) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Даны векторы $\vec{a}(2; -6; 8)$ и $\vec{b}(-1; k; -4)$. При каком значении k векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$:
 - 1) коллинеарны;
 - 2) перпендикулярны?
5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку А и перпендикулярной прямой АВ, если А (1; 2; -3), В (4; 8; -6).
6. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро которого равно 1 см. На диагонали $C_1 D$ его грани отметили точку М так, что $DM : MC_1 = 5 : 3$.
 - 1) Выразите вектор $\overrightarrow{AM}$ через векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$.
 - 2) Найдите модуль вектора $\overrightarrow{AM}$.

Вариант 2

1. Точка М — середина отрезка АВ. Найдите координаты точки М и длину отрезка АВ, если А (6; -5; 2), В (-4; 3; 10).
2. Точки М и К симметричны относительно точки D. Найдите координаты точки К, если М (4; -6; 3), D (-2; 1; 5).
3. Даны векторы $\vec{m}(2; -1; 3)$ и $\vec{n}(-1; 2; 5)$. Найдите:
 - 1) координаты вектора $\vec{a} = -2\vec{m} + 3\vec{n}$;
 - 2) косинус угла между векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$.
4. Даны векторы $\vec{m}(5; -4; 6)$ и $\vec{n}(15; -12; p)$. При каком значении p векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$:
 - 1) коллинеарны;
 - 2) перпендикулярны?
5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку В и перпендикулярной прямой ВС, если В (3; -2; 4), С (-2; 8; 19).
6. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро которого равно 1 см. На диагонали AD_1 его грани отметили точку Е так, что $AE : ED_1 = 2 : 7$.
 - 1) Выразите вектор $\overrightarrow{BE}$ через векторы $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BB_1}$.
 - 2) Найдите модуль вектора $\overrightarrow{BE}$.

Контрольная работа № 2
по теме «Цилиндр. Конус. Усечённый конус. Комбинации цилиндра, конуса и
усечённого конуса с многогранниками»

Вариант 1

1. Радиус основания цилиндра равен 6 см, а высота – 5 см. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.
2. Найдите высоту конуса, диаметр основания которого равен 10 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° .
3. Радиусы оснований усечённого конуса равны 9 см и 17 см, а высота – 15 см. Найдите образующую усечённого конуса.
4. В цилиндре параллельно его оси проведено сечение, диагональ которого образует с плоскостью основания угол φ . Это сечение пересекает основание по хорде, стягивающей дугу, градусная мера которой равна α , $0^\circ < \alpha < 180^\circ$. Найдите площадь сечения, если радиус основания цилиндра равен R .
5. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна 8 см, а диагональ боковой грани образует с плоскостью основания угол 60° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, вписанного в данную призму.
6. Основание пирамиды – треугольник, одна из сторон которого равна c , а противолежащий ей угол равен γ . Все боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом α . Найдите площадь боковой поверхности конуса, описанного около данной пирамиды.

Вариант 2

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10 см, а высота цилиндра – 8 см. Найдите радиус основания цилиндра.
2. Найдите диаметр основания конуса, высота которого равна 12 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60° .
3. Радиусы оснований усечённого конуса равны 14 см и 10 см, а образующая – 5 см. Найдите высоту усечённого конуса.
4. В цилиндре параллельно его оси проведено сечение, которое пересекает основание по хорде, стягивающей дугу, градусная мера которой равна α , $0^\circ < \alpha < 180^\circ$. Найдите площадь сечения, если отрезок, соединяющий центр верхнего основания цилиндра с точкой окружности нижнего основания, равен d и образует с плоскостью основания угол β .
5. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 18 см, а диагональ боковой грани образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, вписанного в данную призму.
6. Основание пирамиды — прямоугольный треугольник, катет которого равен b , а противолежащий острый угол равен β . Все боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом α . Найдите площадь боковой поверхности конуса, описанного около данной пирамиды.

Контрольная работа № 3
по теме «Сфера и шар. Уравнение сферы. Комбинации шара с
многогранниками, цилиндром и конусом»

Вариант 1

1. Диаметр шара равен 26 см. Найдите площадь сечения шара плоскостью, удалённой от его центра на 12 см.
2. Составьте уравнение сферы с центром в точке $A(6; -2; 7)$, проходящей через точку $B(8; -1; 5)$.
3. Угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Вокруг конуса описан шар, радиус которого равен 8 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
4. Определите, является ли уравнение $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 10y + 2z + 31 = 0$ уравнением сферы. В случае утвердительного ответа укажите координаты центра сферы и её радиус.
5. Высота правильной треугольной пирамиды равна h , а двугранный угол пирамиды при ребре основания равен α . Найдите радиус шара, вписанного в эту пирамиду.

Вариант 2

1. Диаметр шара равен 10 см. Найдите расстояние от центра шара до его сечения, площадь которого равна $9\pi \text{ см}^2$.
2. Составьте уравнение сферы с центром в точке $C(-3; 1; 9)$, проходящей через точку $D(1; 5; 8)$.
3. Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник. Вокруг конуса описан шар, радиус которого равен 6 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
4. Определите, является ли уравнение $x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 4y - 18z + 112 = 0$ уравнением сферы. В случае утвердительного ответа укажите координаты центра сферы и её радиус.
5. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна h , а двугранный угол пирамиды при ребре основания равен φ . Найдите радиус шара, вписанного в эту пирамиду.

Контрольная работа № 4
по теме «Объёмы многогранников»

Вариант 1

1. Основание прямой треугольной призмы – прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 10 см. Высота призмы равна 8 см. Найдите объём призмы.
2. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, боковое ребро которой равно 12 см и образует с плоскостью основания угол 45° .
3. Найдите объём правильной усечённой треугольной пирамиды, стороны оснований которой равны 6 см и 8 см, а высота – 9 см.
4. Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом α при основании и радиусом вписанной окружности r . Две боковые грани пирамиды, содержащие боковые стороны основания, перпендикулярны плоскости основания, а третья наклонена к ней под углом β . Найдите объём пирамиды.
5. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен α . Найдите объём пирамиды, если её высота равна h .

Вариант 2

1. Основание прямой четырёхугольной призмы – параллелограмм со сторонами 4 см и $5\sqrt{2}$ см и углом 45° между ними. Высота призмы равна 6 см. Найдите объём призмы.
2. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, боковое ребро которой образует с плоскостью основания угол 60° , а сторона основания равна 8 см.
3. Найдите объём правильной усечённой четырёхугольной пирамиды, стороны оснований которой равны 4 см и 7 см, а высота – 12 см.
4. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с катетом a и прилежащим острым углом α . Две боковые грани пирамиды, содержащие катеты этого треугольника, перпендикулярны плоскости основания, а третья наклонена к ней под углом β . Найдите объём пирамиды.
5. В правильной четырёхугольной пирамиде плоский угол при вершине равен α . Найдите объём пирамиды, если её высота равна h .

Контрольная работа № 5
по теме «Объёмы тел вращения. Площадь сферы»

Вариант 1

1. Высота цилиндра равна $5\sqrt{3}$ см, а диагональ осевого сечения образует с плоскостью основания угол 30° . Найдите объём цилиндра.
2. Образующая конуса равна 26 см, а его высота – 24 см. Найдите объём конуса.
3. Объёмы двух шаров относятся как 8 : 125. Найдите отношение площадей их поверхностей.
4. В нижнем основании цилиндра проведена хорда, которая находится на расстоянии d от центра верхнего основания и которая видна из этого центра под углом φ . Отрезок, соединяющий центр верхнего основания с точкой окружности нижнего основания, образует с плоскостью основания угол β . Найдите объём цилиндра.
5. Основанием пирамиды является ромб со стороной 16 см и углом 60° . Двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны 30° . Найдите объём конуса, вписанного в данную пирамиду.

Вариант 2

1. Радиус основания цилиндра равен $2\sqrt{2}$ см, а диагональ осевого сечения образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите объём цилиндра.
2. Образующая конуса равна 17 см, а диаметр его основания – 16 см. Найдите объём конуса.
3. Площади поверхностей двух шаров относятся как 4 : 9. Найдите отношение их объёмов.
4. В нижнем основании цилиндра проведена хорда, длина которой равна b . Эта хорда видна из центра нижнего основания под углом β , а отрезок, соединяющий центр верхнего основания с серединой проведённой хорды, образует с плоскостью основания угол α . Найдите объём цилиндра.
5. Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с боковой стороной 20 см и основанием 24 см. Двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны 45° . Найдите объём конуса, вписанного в данную пирамиду.

Контрольная работа № 6 по теме «Обобщение и систематизация знаний учащихся»

Вариант 1

1. Даны точки $A(1; 5; 8)$, $B(5; 2; 9)$, $C(7; 4; 7)$, $D(8; 3; 0)$. Докажите, что прямая AB перпендикулярна плоскости BCD .
2. Через вершину конуса проведена плоскость под углом α к плоскости основания. Эта плоскость пересекает основание конуса по хорде, которая видна из центра основания под углом β . Радиус основания конуса равен R . Найдите площадь сечения конуса данной плоскостью.
3. Диагональ основания правильной четырёхугольной пирамиды равна d , а двугранный угол пирамиды при ребре основания равен α . Найдите объём пирамиды.
4. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник с основанием a и углом при вершине α . Диагональ боковой грани призмы, содержащей основание равнобедренного треугольника, наклонена к плоскости основания под углом β . Найдите:
 - 1) объём призмы;
 - 2) площадь боковой поверхности цилиндра, описанного около призмы.
5. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с острым углом α . Все боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом β . Найдите объём пирамиды, если радиус сферы, описанной около неё, равен R .

Вариант 2

1. Даны точки $A(2; 2; 1)$, $B(3; 5; 4)$, $C(-1; -10; -14)$, $D(-4; 6; -1)$. Докажите, что прямая AD перпендикулярна плоскости ABC .
2. Через вершину конуса проведена плоскость под углом β к плоскости основания. Эта плоскость пересекает основание конуса по хорде длиной a , которая видна из центра основания под углом α . Найдите площадь сечения конуса данной плоскостью.
3. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна h , а двугранный угол пирамиды при ребре основания равен α . Найдите объём пирамиды.
4. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник с углом α при основании. Диагональ боковой грани призмы, содержащей боковую сторону основания, равна d и наклонена к плоскости основания под углом β . Найдите:
 - 1) объём призмы;
 - 2) площадь боковой поверхности цилиндра, описанного около призмы.
5. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник с углом α при вершине. Все боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом β . Найдите объём пирамиды, если радиус сферы, описанной около неё, равен R .